

Projet de codirection de thèse et de stage M2  
**Classification of toric  $SU(3)$ -structures with torsion**

- **Directeurs de thèse :**

Eveline Legendre (ICJ, Lyon 1) legendre@math.univ-lyon1.fr

Dimitrios Tsimpis (iP2i, Lyon 1) tsimpis@ipnl.in2p3.fr

- **Unités de recherches :**

Institut Camille Jordan UMR 5208

Institut de Physique des Deux Infinis UMR 5822

- **Thématiques :**

Géométrie différentielle

Physique théorique

**Objectifs de la thèse :**

Depuis son inception, la théorie des cordes (TdC) est un candidat des plus sérieux au titre de théorie de gravité quantique. La cohérence mathématique de la TdC implique en particulier que l'espace-temps contienne, en plus de l'espace-temps quadri-dimensionnel, un espace interne : une variété compacte six-dimensionnelle appelée l'espace de compactification. Les prédictions de la TdC dépendent, de façon cruciale, des propriétés géométriques et topologiques de cet espace de compactification. En particulier, pour que la théorie aboutisse à des modèles réalistes de physique de particules, l'espace interne ne peut plus être d'holonomie spéciale (tel que Calabi-Yau), mais devrait plutôt admettre une structure  $SU(3)$  associée à une structure presque complexe, non-intégrable en général [6]. Ce type de structure est typiquement étudié avec des outils de géométrie différentielle [2]. Or les structures presque complexes non-intégrables existent souvent sur des espaces topologiques qui par ailleurs admettent des structures complexes intégrables. Cela invite une approche nouvelle à l'étude des structures  $SU(3)$ , et plus généralement des structures- $G$ , au moyen des puissants outils de la géométrie algébrique [7].

Un premier but de cette thèse est de classifier les structures  $SU(3)$  avec torsion et satisfaisant les conditions de LT [10] sur des variétés toriques. Les conditions LT décrivent des solutions de la TdC qui présentent un intérêt particulier dans plusieurs contextes : de la dualité holographique [5] et la stabilisation des moduli [3, 1], au problème de la séparation des échelles et le récent programme de Swampland [11]. Une première étape est d'adapter le formalisme développé dans le but d'étudier les structures Kähler-Einstein toriques par [4] et [9] au cadre presque complexe dans l'esprit de [8]. Un premier résultat attendu est une expression explicite des structures LT en termes de coordonnées action-angle. Les exemples de [12] et [7] nous assurent que l'ensemble des solutions recherchées est non-vide. Une deuxième étape est de comprendre les obstructions à l'existence de solutions lisses en termes combinatoire du polytope moment. Nous nous attendons à ce qu'il y ait des obstructions à l'existence de structures LT, tout

comme il y en a pour les structures Kähler–Einstein [4, 9], et l’approche systématique que permet le formalisme torique permettra d’exhiber ces obstructions. Par ailleurs, ce formalisme permet d’explorer des questions assez fines dans un cadre contrôlé. On pourra donc aborder les problèmes d’unicité de structures LT et les types de singularités pouvant apparaître dans ce contexte.

**Objectifs du stage M2 :** Le stage sera l’occasion de se familiariser avec les notions sus-mentionnées. En particulier, la géométrie torique, les coordonnées action-angle et les structures  $SU(3)$  avec torsion et satisfaisant les conditions de LT.

## Bibliographie

- [1] B. S. ACHARYA, F. BENINI AND R. VALANDRO. *Fixing moduli in exact type IIA flux vacua*. JHEP, 02 :018, 2007.
- [2] S. CHIOSSI, S. SALAMON *The intrinsic torsion of  $SU(3)$  and  $G_2$  structures*, Differential Geometry, Valencia 2001, World Sci. Publishing, 2002.
- [3] O. DEWOLFE, A. GIRYAVETS, S. KACHRU AND W. TAYLOR. *Type IIA moduli stabilization*. JHEP, 07 :066, 2005.
- [4] S. K. DONALDSON, *Kähler geometry on toric manifolds, and some other manifolds with large symmetry*, Handbook of geometric analysis. No. 1, Adv. Lect. Math. (ALM) 7, 29–75, Int. Press, Somerville, MA, 2008
- [5] D. GAIOTTO AND A. TOMASIELLO. *The gauge dual of Romans mass*. JHEP, 01 :015, 2010.
- [6] M. GRANA. *Flux compactifications in string theory : A Comprehensive review*. Phys. Rept., 423 :91, 2006.
- [7] M. LARFORS, D. LÜST, D. TSIMPIS. *Flux compactification on smooth, compact three-dimensional toric varieties*. JHEP, 07 :073, 2010.
- [8] E. LEGENDRE *A note on extremal toric almost Kähler metrics*, Moduli of K-stable varieties, 31, Springer INdAM Serie, (2019).
- [9] E. LEGENDRE *Toric Kähler-Einstein metrics and convex compact polytopes*, *Journal of Geometric Analysis*, 26(1), 399–427 (2016).
- [10] D. LÜST, D. TSIMPIS. *Supersymmetric  $AdS_4$  compactifications of IIA supergravity*. JHEP, 02 :027, 2005.
- [11] T. VAN RIET AND G. ZOCCARATO. *Beginners lectures on flux compactifications and related Swampland topics*. Phys. Rept., 1049 :1, 2024.

- [12] R. TERRISSE, D. TSIMPIS *SU(3) structures on S2 bundles over four-manifolds* JHEP 09 (2017) 133.